Domaine de définition d'une fonction

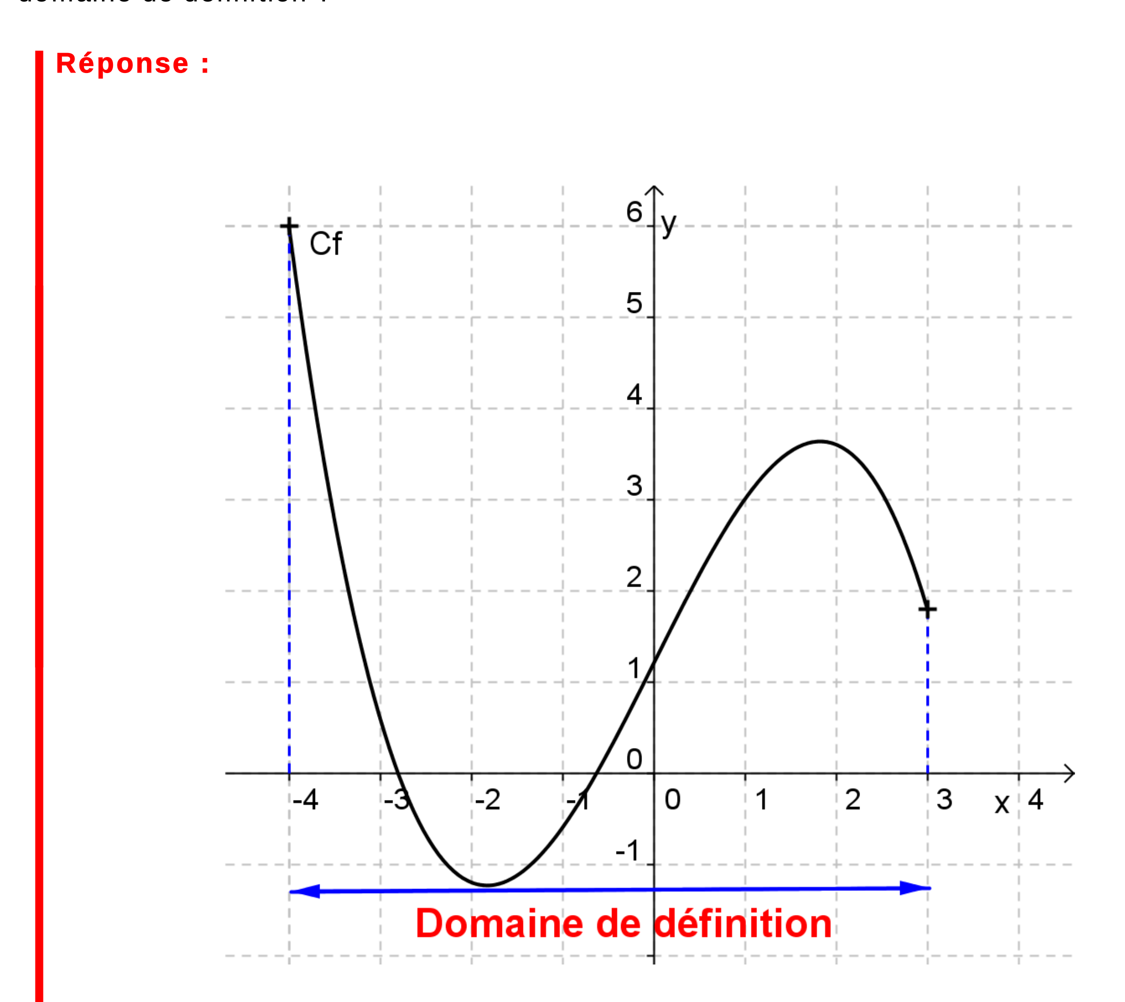
1) A partir d'un graphique

Méthode / Explications :

Pour déterminer le domaine de définition, on regarde sur quel intervalle la courbe est tracée : la plus petite valeur de x et la plus grande.

Exercice 1 : On a tracé ci-dessous la courbe représentative de la fonction f. Quelle est son domaine de définition ?

Réponse :



Le domaine de définition de la fonction f est : [-4 ; 3]

Exercice 2 : On a tracé ci-dessous la courbe représentative de la fonction f. Quelle est son domaine de définition ?



Réponse :

Cf

Domaine de définition

Le domaine de définition de la fonction f est : [-7 ; 7]

2) A partir de l'expression d'une fonction

Méthode / Explications :

Pour déterminer le domaine de définition d'une fonction, s'il n'est pas donné, on regarde les valeurs, où la fonction ne peut pas être définie, comme par exemple :

- **La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ .n'est pas définie en 0 (puisque nous ne pouvons pas diviser par 0) alors son domaine de définition est $\mathbb{R}\backslash\{0\}$**
- **De même, la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$, n'est définie que pour $x \geq 0$ (la racine carré d'un nombre négatif n'existe pas) donc son domaine de définition est [0 ; +∞[**
- **La fonction $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ n'est définie que lorsque x est positif (pour la racine carrée) et non nul (pour l'inverse) donc son domaine de définition est :]0 ; +∞[**

Exercice 1 : Déterminer le domaine de définition de la fonction : $f(x) = \frac{1}{x+3}$

Réponse :

$f(x) = \frac{1}{x+3}$

Cette fonction n'est pas définie pour :

$x + 3 = 0$

C'est-à-dire $x = -3$

(On ne peut pas diviser par 0)

Le domaine de définition est donc $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$

Exercice 2 : Déterminer le domaine de définition de la fonction : $f(x) = \sqrt{3x-5}$

Réponse :

$f(x) = \sqrt{3x-5}$.

Cette fonction n'est définie que lorsque :

$3x - 5 \geq 0$.

Ce qui revient à :

$3x \geq 5$

C'est-à-dire :

$x \geq \frac{5}{3}$ **(La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas)**

Le domaine de définition est donc $]\frac{5}{3} ; +\infty[$

Exercice 3 : Déterminer le domaine de définition de la fonction: $f(x) = \frac{2x-3}{4x+5}$

Réponse :

$f(x) = \frac{2x-3}{4x+5}$

Cette fonction n'est définie que lorsque : $4x + 5 \neq 0$ **(dénominateur non nul)**

$4x + 5 = 0$ **pour :** $x = -\frac{5}{4}$

Le domaine de définition est donc $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{5}{4}\right\}$

Exercice 4 : Déterminer le domaine de définition de la fonction: $f(x) = \frac{1}{(x+3)(x-5)}$

Réponse :

$f(x) = \frac{1}{(x+3)(x-5)}$ **Cette fonction n'est définie que lorsque :**

$x + 3 \neq 0$ **et** $x - 5 \neq 0$

$x + 3 = 0$ **et** $x - 5 = 0$

pour : **pour :**

$x = -3$ $x = 5$

Le domaine de définition est donc $\mathbb{R} \backslash \{-3; 5\}$

Exercice 5 : Déterminer le domaine de définition de la fonction : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$

Réponse :

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$

Cette fonction n'est définie que lorsque son dénominateur est non nul : :
$\sqrt{3x+1} \neq 0$ **(dénominateur non nul) et**

$3x + 1 \geq 0$ **à cause de la racine.**

C'est-à-dire :

$3x + 1 > 0$. **Ce qui donne** $x > -\frac{1}{3}$

Le domaine de définition est donc $]-\frac{1}{3}\ ;+\infty[$

Exercice 6 : Déterminer le domaine de définition de la fonction : $f(x) = \sqrt{(3x-2)(-2x+4)}$

Réponse :

$f(x) = \sqrt{(3x-2)(-2x+4)}$ **Cette fonction n'est définie que lorsque :**

$(3x-2)(-2x+4) \geq 0$ **(racine carrée)**

Faisons un tableau de signe :

$3x - 2 = 0$ **pour** $x = \frac{2}{3}$ **et** $-2x + 4 = 0$ **pour** $x = \frac{4}{2}$ **= 2**

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		2		$+\infty$
$3x-2$		$-$	0		$+$		
$-2x+4$			$+$		0	$-$	
$(3x-2)(-2x+4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$(3x-2)(-2x+4) \geq 0$ **sur** $[\frac{2}{3}\ ; 2\ ]$

Le domaine de définition est donc : $[\frac{2}{3}\ ; 2\ ]$

Exercice 7 : Déterminer le domaine de définition de la fonction : $f(x) = \sqrt{\frac{x+7}{-x+16}}$

Réponse :

$f(x) = \sqrt{\frac{x+7}{-x+16}}$ **Cette fonction n'est définie que lorsque :**

$-x + 16 \neq 0$ **(dénominateur) et**

$\frac{x+7}{-x+16} \geq 0$ **(racine carrée)**

Faisons un tableau de signe :

$x+7=0$ **pour** $x=-7$ **et** $-x+16=0$ **pour** $x=$ **16**

x	$-\infty$		-7		16		$+\infty$
$x+7$		$-$	0		$+$		
$-x+16$			$+$		0	$-$	
$\frac{x+7}{-x+16}$		$-$	0	$+$	‖	$-$	

$\frac{x+7}{-x+16} \geq$ **0 sur [-7 ; 16 [**

Le domaine de définition est donc : [-7 ; 16 [